

Gemischtquadratische Gleichungen

Spickzettel Aufgaben Lösungen **PLUS**

Die allgemeine Form einer **gemischt quadratischen Gleichung** lautet:

$$x^2 + px + q = 0$$

Wie du die Gleichung lösen kannst ist von q abhängig.

1. $q = 0$:

Die allgemeine Form lautet dann: $x^2 + px = 0$

Um diese Gleichung lösen zu können, verwendest du den **Satz vom Nullprodukt**.

$$x^2 + px = 0 \quad \text{x ausklammern}$$

$$x \cdot (x + p) = 0$$

Das Produkt wird nun 0, wenn $x = 0$ oder $x - p = 0$

Die Lösungsmenge ist somit $\mathbb{L} = \{0; -p\}$

2. $q \neq 0$:

Die allgemeine Form lautet dann: $x^2 + px + q = 0$

Diese Gleichung kannst du lösen, indem du die Gleichung **quadratisch ergänzt**.

$$x^2 + px + q = 0 \quad | -q$$

$$x^2 + px = -q \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = -q + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \quad \text{ausmultiplizieren, binomische Formel}$$

Die Lösungsmenge erhältst du, indem du die Gleichung mit der binomischen Formel löst.

Alternativ kannst du auch die **PQ-Formel** anwenden:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Beispiel

$$1. \quad x^2 + 5x = 0 \quad \text{x ausklammern}$$

$$x \cdot (x + 5) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 + 5 = 0 \quad | -5$$

$$x_2 = -5$$

$$\mathbb{L} = \{0; -5\}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad x^2 - 8x + 12 &= 0 && | -12 \\ x^2 - 8x &= -12 && \text{quadratische Ergänzung} \\ x^2 - 8x + \left(\frac{-8}{2}\right)^2 &= -12 + \left(\frac{-8}{2}\right)^2 \\ x^2 - 8x + 16 &= -12 + 16 && \text{2. binomische Formel} \\ (x - 4)^2 &= 4 && | \sqrt{} \\ x - 4 &= \pm 2 && | +4 \\ x_{1,2} &= \pm 2 + 4 \\ x_1 &= 2 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\mathbb{L} = \{2; 6\}$$